

Points forts et occasions d'amélioration pour les élèves ayant atteint le niveau 2 lors du Test de mathématiques, 9^e année, 2022-2023

Introduction

Cette étude fournit des renseignements détaillés au sujet des points forts et des occasions d'amélioration en mathématiques pour les élèves lors du Test de mathématiques, 9^e année, en mettant l'accent sur les élèves ayant atteint le niveau 2.

En analysant les réponses des élèves à des questions à sélection unique afin d'identifier les points forts et les occasions d'amélioration potentielle de la compréhension des mathématiques, la présente étude vient étoffer celle publiée précédemment par l'OQRE sur le [Rendement des élèves dans les domaines du programme-cadre de mathématiques](#) (Office de la qualité et de la responsabilité en éducation [OQRE], 2023b). Des exemples détaillés sont présentés pour illustrer les incompréhensions des élèves, tout comme les implications pédagogiques et les recommandations sur lesquelles le personnel enseignant peut s'appuyer pour que le rendement des élèves passe du niveau 2 à la norme provinciale. Bien que l'analyse présentée dans ce rapport porte sur les élèves ayant atteint le niveau 2, les thèmes et les implications pédagogiques qui en découlent sont utiles pour l'ensemble des élèves, car ils mettent en évidence les domaines dont dépend une bonne compréhension des mathématiques.

Méthode

Les données utilisées pour cette étude comprennent les réponses de l'ensemble des élèves ayant participé des conseils scolaires publics de l'Ontario à qui l'on a attribué un niveau de rendement dans le cadre du Test de mathématiques, 9^e année, au cours de l'année scolaire 2022-2023.

Lors du test de 9^e année, chaque élève se voit proposer 50 questions opérationnelles et quatre questions de mise à l'essai. Ces questions évaluent les connaissances et les compétences de l'élève dans les domaines suivants : Nombres, Algèbre, Données, Géométrie et mesure, et Littératie financière¹. Comme indiqué dans [Le document-cadre du Test de mathématiques, 9^e année](#) (OQRE, 2023a), 20 % des 50 questions opérationnelles sont attribuées au domaine Nombres, 36 % au domaine Algèbre, 16 % au domaine Données, 16 % au domaine Géométrie et mesure, et 12 % au domaine Littératie financière. Chaque question est également liée à l'une des trois compétences : Connaissance et compréhension, Mise en application ou Habiletés de la pensée.

Le Test de mathématiques, 9^e année, utilise un [modèle de test adaptatif par ordinateur en plusieurs étapes](#) (OQRE, 2020) qui s'adapte au rendement individuel de l'élève au fur et à mesure de sa progression dans chaque séance de test. Le test comprend différents types de questions à réponse choisie, comme des questions de type sélectionner et glisser, menu déroulant, ordonner, et des questions à sélection unique et multiple (OQRE, 2023a). Pour cette étude, seules les questions à sélection unique, communément appelées questions à choix multiple, ont été incluses dans l'analyse à partir des cinq domaines évalués et des trois compétences. Les questions de mise à l'essai n'ont pas été prises en compte. Cela a permis de sélectionner 168 questions opérationnelles en vue d'une analyse item par item, comme indiqué ci-dessous.

L'analyse item par item a été réalisée en calculant le pourcentage d'élèves de chaque niveau de rendement ayant sélectionné chaque option de réponse pour chaque question. Les schémas de réponse ont ensuite été examinés afin de savoir quelles étaient les éventuelles incompréhensions et conceptions erronées en mathématiques qui avaient conduit les élèves à sélectionner des réponses incorrectes.

Le tableau 1 illustre le processus d'analyse d'une question, dans lequel le pourcentage d'élèves ayant choisi chaque option est calculé pour les élèves de chaque niveau de rendement. Dans ce tableau, 20 % des élèves ayant atteint le niveau 2 ont choisi l'option A au lieu de l'option correcte C. L'option A a ensuite été analysée afin de déterminer les raisons pour lesquelles les élèves l'ont choisie et ce que ce choix révélait au sujet des éventuelles incompréhensions et conceptions erronées en mathématiques.

Les élèves atteignant un niveau inférieur au niveau 1 ne figurent pas dans l'analyse en raison de la petite taille de l'échantillon. Les réponses des élèves des écoles de langue française et de langue anglaise ont été analysées séparément, et les principales différences sont décrites de manière détaillée dans le présent rapport, le cas échéant.

Tableau 1. Pourcentage d'élèves ayant choisi chaque option, par niveau de rendement

Niveau	A	B	C	D	Pas de réponse	Total
Niveau 1	24 %	27 %	33 %	15 %	1 %	100 %
Niveau 2	20 %	13 %	59 %	7 %	1 %	100 %
Niveau 3	7 %	2 %	89 %	2 %	–	100 %
Niveau 4	1 %	–	99 %	–	–	100 %

Constats

Classification des thèmes mathématiques

L'analyse des performances des élèves aux items selon leur niveau a permis de regrouper les schémas de compréhension des mathématiques en quatre thèmes : Raisonnement proportionnel, Raisonnement algébrique, Pensée computationnelle et Langage mathématique. Le regroupement de la compréhension des mathématiques dans ces quatre domaines a permis d'identifier les points forts des élèves et les domaines dans lesquels des progrès sont nécessaires. Chacun de ces thèmes sera examiné en détail dans les sections suivantes à l'aide d'exemples tirés de [Ressource : Questions diffusées – Test de mathématiques, 9^e année](#) (OQRE, 2023c). De plus, chaque thème présente les implications pédagogiques et des recommandations visant à améliorer les performances des élèves.

Thème 1. Raisonnement proportionnel

L'un des thèmes les plus fréquents et les plus évidents qui est apparu lors de l'analyse des réponses des élèves est le raisonnement proportionnel. « La proportionnalité imprègne toutes les sphères des mathématiques et elle est souvent considérée comme le fondement de la compréhension abstraite des mathématiques » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2012, p. 2). En tant que tel, le raisonnement proportionnel figure dans l'ensemble du programme-cadre de mathématiques de l'Ontario. Il est défini comme un « raisonnement basé sur des rapports équivalents et qui implique une compréhension de la relation multiplicative entre une quantité par rapport à une autre » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020a, p. 567).

L'examen des choix de réponses des élèves de 9^e année ayant atteint le niveau 2 dans le contexte du raisonnement proportionnel a mis en évidence à la fois des points forts et des aspects à améliorer. En ce qui a trait aux points forts, les élèves de niveau 2 ont été en mesure de résoudre des problèmes simples faisant appel au raisonnement proportionnel. Ainsi, lorsque le coût total d'un certain nombre d'items était donné, les élèves pouvaient déterminer le coût total d'un nombre différent d'items. Les élèves ayant atteint le niveau 2 semblaient également comprendre comment convertir des unités de mesure (par exemple, des litres en millilitres) dans des contextes familiers et comment convertir des valeurs en notation scientifique et inversement. À cet effet, les élèves étaient capables de convertir des valeurs écrites en notation scientifique avec des exposants positifs (par exemple, $3,2 \times 10^7 = 32\,000\,000$).

Les aspects à améliorer chez les élèves ayant atteint le niveau 2 se sont révélés dans les questions portant sur les taux, les pourcentages et les rapports, la proportionnalité dans les dimensions, les changements proportionnels à un budget et les représentations de relations linéaires. Les exemples ci-dessous explorent chacun de ces constats en détail.

Taux, pourcentages et rapports

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont éprouvé des difficultés à répondre aux questions portant sur la résolution de problèmes de proportions, notamment celles impliquant des rapports. Lorsqu'il s'agissait d'écrire un rapport sous une forme simplifiée ou de résoudre des équations plus complexes comportant des proportions et/ou des nombres fractionnaires, environ 20 % seulement des élèves de niveau 2 ont répondu correctement à ce type de question, contre plus de 50 % des élèves de niveau 3. L'exemple 1, tiré de *Ressource : Questions diffusées – Test de mathématiques, 9^e année* (OQRE, 2023c), illustre ces constats et la manière dont les élèves ont eu de la difficulté à comprendre les relations multiplicatives entre les quantités.

Exemple 1

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, question 12)

Il y a un total de 90 tuiles rouges et jaunes.

Il y a 5 fois plus de tuiles rouges que de tuiles jaunes.

Combien de tuiles rouges y a-t-il?

- A 15 tuiles
- B 18 tuiles
- C 72 tuiles
- D 75 tuiles

Objectif : Les élèves devaient déterminer le nombre de tuiles rouges en fonction du nombre total de tuiles rouges et jaunes et en tenant compte du fait qu'il y a cinq fois plus de tuiles rouges que de tuiles jaunes.

Attente du programme-cadre : C1, Expressions algébriques et équations. Pour répondre correctement, les élèves doivent avoir une « compréhension du développement et de l'utilisation des concepts algébriques et de leur lien aux nombres, en utilisant divers outils et représentations » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 115).

Incompréhension mathématique : En réponse à ce type de question, les élèves ayant atteint le niveau 2 ont souvent sélectionné des options indiquant vraisemblablement leur capacité à diviser, mais sans avoir construit une équation impliquant des fractions qui puisse être utilisée pour obtenir la bonne réponse. Dans cet exemple, les élèves de niveau 2 auraient pu diviser 90 par 5 et choisir 18 carreaux comme réponse (option B) au lieu d'établir des rapports équivalents tels que $\frac{5}{6} = \frac{x}{90}$ et de résoudre l'équation pour obtenir la bonne réponse, soit 75 carreaux (option D). Les élèves ayant éprouvé des difficultés avec des questions telles que l'exemple 1 ont montré un manque de compréhension des concepts requis pour résoudre des équations comportant des fractions et faisant appel à un raisonnement proportionnel.

Proportionnalité dans les dimensions

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont éprouvé des difficultés à comprendre les proportions par rapport à la surface et au volume. Lorsque des questions portant sur des changements proportionnels de surface ou de volume leur ont été posées, seul un tiers des élèves de niveau 2 ont répondu correctement, contre deux tiers des élèves de niveau 3. L'exemple 2, tiré de *Ressource : Questions diffusées – Test de mathématiques, 9^e année* (OQRE, 2023c), illustre ces constats et la manière dont les élèves de niveau 2 ont pu s'appuyer sur un raisonnement additif au lieu d'utiliser le raisonnement multiplicatif qu'exige la résolution de problèmes impliquant la proportionnalité.

Exemple 2

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, question 28)

Un premier cadre a une forme rectangulaire.

Un deuxième cadre de forme rectangulaire a le triple de la longueur du premier cadre et le tiers de sa largeur.

Complète cet énoncé.

L'aire du deuxième cadre est _____
l'aire du premier cadre.

A la même que

B la moitié de

C trois fois plus grande que

D six fois plus grande que

Objectif : Les élèves devaient comparer proportionnellement la surface de deux cadres rectangulaires, sachant que la longueur du deuxième cadre correspond au triple de celle du premier et que sa largeur est égale à un tiers de celle du premier cadre.

Attente du programme-cadre : E1, Relations géométriques et relations liées aux mesures. Pour répondre correctement, les élèves doivent avoir une « compréhension du développement et de l'utilisation des relations géométriques et des relations liées aux mesures et appliquer ces relations afin de résoudre des problèmes, incluant des problèmes liés à des situations de la vie quotidienne » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 188).

Incompréhension mathématique : En réponse à ce type de question, les élèves ayant atteint le niveau 2 ont souvent sélectionné des options révélant des difficultés liées aux proportions spatiales, telles que le doublement et le triplement lors de la comparaison de l'aire de deux rectangles. Quelques élèves ont eu recours au raisonnement additif ($3 + 3$) pour arriver à l'option D. Les erreurs mathématiques de cette nature soulignent l'importance du développement des habiletés de raisonnement proportionnel et de la distinction entre le raisonnement additif et le raisonnement multiplicatif (Lamon, 2012; ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2012).

Changements proportionnels à un budget

La compréhension des changements proportionnels à un budget fait également partie des aspects à améliorer pour les élèves ayant atteint le niveau 2 lors du Test de mathématiques, 9^e année. Certains élèves ont éprouvé des difficultés face à une question portant sur la comparaison d'augmentations fixes en pourcentage et sur la manière dont ces augmentations peuvent modifier proportionnellement les dépenses et les revenus. Par exemple, on pourrait demander aux élèves de comparer dans quelle mesure une augmentation de 5 % d'un revenu et d'une dépense (qui ne sont pas égaux) influe sur leur épargne d'un mois à l'autre. Les élèves qui ont eu de la difficulté à répondre à des questions de cette nature ont souvent choisi des options correspondant à une absence de changement, ce qui pourrait indiquer que ces élèves pensaient qu'une variation de 5 % des deux éléments était équivalente en valeur, même si les montants des revenus et des dépenses étaient différents.

Représentations de relations linéaires

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont éprouvé des difficultés quant aux aspects proportionnels inhérents à la représentation des relations linéaires et au calcul de la pente (taux de variation). En réponse à des questions exigeant la détermination du taux de variation à partir d'une table de valeurs ou d'une représentation graphique linéaire, les élèves rencontrant des difficultés dans ce domaine ont souvent sélectionné des options révélatrices de ces difficultés lorsque les incréments des échelles utilisées sur l'axe des x et l'axe des y étaient différents. Ce concept revêt une grande importance non seulement pour l'interprétation des graphiques (interprétation des données), mais aussi pour la compréhension des taux de variation. Dans le cas des questions dont les axes présentent des échelles différentes, il n'est pas facile de compter la variation de y et la variation de x et, par conséquent, de calculer la différence des ordonnées ($y_2 - y_1$) et la différence des abscisses ($x_2 - x_1$). Pour répondre correctement à ce type de question, les élèves doivent comprendre que le taux de variation est une différence entre les valeurs initiale et finale, ce qui nécessite une compréhension plus approfondie du taux. La section suivante sur le raisonnement algébrique se penche aussi sur ces constats, car la compréhension mathématique est commune aux différents thèmes.

Implications et recommandations liées au raisonnement proportionnel

Le raisonnement proportionnel figure dans l'ensemble du programme-cadre de mathématiques de l'Ontario et « est souvent considéré comme le fondement de la compréhension abstraite des mathématiques » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2012, p. 2). Cette nature généralisée est évidente dans les exemples fournis ci-dessus, qui exposent en détail les difficultés des élèves à répondre correctement à des questions relevant de différents domaines du programme-cadre. L'analyse a mis en évidence un aspect essentiel, à savoir la tendance des élèves éprouvant des difficultés avec le raisonnement proportionnel à utiliser des méthodes de comptage ou d'addition pour répondre aux questions nécessitant un raisonnement multiplicatif, qui impose « de voir les problèmes selon des valeurs relatives plutôt qu'absolues » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2012, p. 5). Il est important d'acquérir une pensée multiplicative non seulement pour répondre à des problèmes mathématiques nécessitant une multiplication ou une division, mais aussi pour apprendre dans les domaines Algèbre, Géométrie et mesure, Données et Littératie financière.

Recommandations

- Recourir à de multiples types et possibilités de tests afin de déterminer quels aspects du raisonnement proportionnel les élèves comprennent déjà et quelles sont les prochaines étapes à franchir pour atteindre les objectifs d'apprentissage de chaque élève. Cette démarche pourrait inclure l'utilisation de [questions diffusées lors du Test de mathématiques, 9^e année](#), qui font appel au raisonnement proportionnel, que ce soit avant ou après l'évaluation.
- Permettre aux élèves de pratiquer une variété de tâches proportionnelles dans des contextes multiples à travers les domaines qui favorisent les liens entre les thèmes mathématiques. Cette pratique pourrait inclure diverses tâches impliquant l'utilisation de différentes échelles sur les droites numériques, sur les axes des graphiques et dans les tables de valeurs.
- Prévoir des activités faisant appel à du matériel de manipulation mathématique (y compris du matériel de manipulation virtuel) permettant aux élèves d'explorer différents problèmes proportionnels et non proportionnels, ou encore des tâches consistant à classer des problèmes additifs et multiplicatifs, suivies d'une discussion en salle de classe (Van Dooren et collab., 2010).

Thème 2. Raisonnement algébrique

Le raisonnement algébrique est apparu comme un thème important lors de l'analyse des réponses des élèves. Le ministère de l'Éducation de l'Ontario définit le raisonnement algébrique comme « notre capacité à remarquer l'existence de régularités et d'effectuer des généralisations à partir de celles-ci. L'algèbre est le langage qui nous permet d'exprimer mathématiquement ces généralisations. Des formules, telles que pour calculer l'aire de la surface du rectangle = base $\times$ hauteur ($A = b \times h$), sont déduites de telles généralisations » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013, p. 4).

L'examen des choix de réponses des élèves de 9^e année ayant atteint le niveau 2 dans le contexte du raisonnement algébrique a mis en évidence à la fois des points forts et des aspects à améliorer.

En ce qui concerne les points forts, les élèves de niveau 2 ont pu identifier des expressions algébriques ou des équations simples. Par exemple, face à une représentation écrite et à l'obligation de sélectionner la bonne expression ou équation algébrique, la plupart des élèves ont été capables de faire correspondre correctement la représentation écrite à la bonne expression ou à la bonne équation. De même, les élèves ont réussi à identifier une valeur initiale à partir d'une représentation graphique d'une relation linéaire. Enfin, les élèves ont pu identifier les droites les mieux ajustées à partir d'une sélection de nuages de points.

Des occasions d'amélioration potentielle pour les élèves ayant atteint le niveau 2 ont été constatées dans le cadre du thème du raisonnement algébrique. Celles-ci comprennent l'utilisation de la propriété distributive, la compréhension des formules et la comparaison de diverses représentations de relations. Les exemples qui suivent illustrent chacune de ces possibilités d'amélioration.

Propriété distributive

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont éprouvé des difficultés à simplifier les expressions algébriques, en particulier avec la propriété distributive. Quand une question de simplification telle que l'exemple 3 leur a été posée, environ 25 % des élèves de niveau 2 y ont répondu correctement, contre environ 70 % des élèves de niveau 3. Une différence a également été remarquée entre les élèves de langue française ayant atteint le niveau 2 et celles et ceux atteignant le niveau 3. Environ 40 % des élèves de langue française de niveau 2 ont répondu correctement à ce type de question, contre 70 % des élèves de langue française de niveau 3.

Exemple 3

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, question 10)

Quelle est une forme simplifiée de cette expression?

$$-3x(4x^2 - 5)$$

A $-12x^2 - 15x$

B $-12x^3 - 5$

C $-12x^2 + 15$

D $-12x^3 + 15x$

Objectif : Les élèves devaient simplifier une expression comportant une variable.

Attente du programme-cadre : C1, Expressions algébriques et équations. Pour répondre correctement, les élèves doivent avoir une « compréhension du développement et de l'utilisation des concepts algébriques et de leur lien aux nombres, en utilisant divers outils et représentations » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 115).

Incompréhension mathématique : En réponse à ce type de question, les élèves ayant atteint le niveau 2 ont souvent sélectionné des options révélant des difficultés dans l'utilisation de la propriété distributive. Au lieu de distribuer $-3x$ aux deux termes entre les parenthèses, ce qui aurait donné la bonne réponse ($-12x^3 + 15x$), les élèves ont fréquemment sélectionné l'option B ($-12x^3 - 5$), dans laquelle $-3x$ n'est distribué qu'au premier terme et non au deuxième. Les élèves ayant éprouvé des difficultés à ce niveau ont aussi eu de la difficulté avec la multiplication de deux monômes comportant des nombres rationnels, en plus de la multiplication de deux monômes comportant des variables.

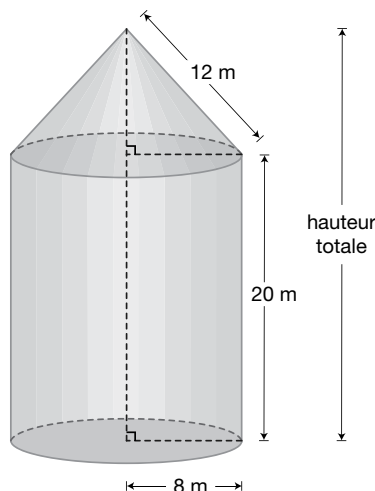
Compréhension des formules

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont eu de la difficulté à comprendre la relation représentée par une formule et à reconnaître quand une telle formule doit être utilisée. Ainsi, lorsqu'on leur a posé une question impliquant l'utilisation de la relation de longueur des côtés des triangles rectangles en vue de trouver une valeur manquante, seuls 25 % environ des élèves de niveau 2 ont pu répondre correctement à la question, contre plus de 80 % des élèves de niveau 3. Même si la formule ($a^2 + b^2 = c^2$) figurait dans la question, les élèves qui ont répondu de façon erronée ne l'ont pas utilisée correctement (c'est-à-dire qu'elles et ils ont doublé et divisé par deux au lieu d'élever au carré et de déterminer la racine carrée) ou ont eu recours à un raisonnement additif pour déterminer l'inconnue qu'était la hauteur du cône. L'exemple 4 illustre ce problème et met en évidence le raisonnement additif, au lieu du raisonnement algébrique, que les élèves ont utilisé lors de leur sélection d'option.

Exemple 4

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, question 30)

Voici les dimensions d'un silo.



Indice : Utilise la relation de longueur des côtés pour les triangles rectangles, $a^2 + b^2 = c^2$.

Quelle valeur est la plus proche de la hauteur **totale** du silo?

A 24 m

B 29 m

C 32 m

D 34 m

Objectif : Les élèves devaient déterminer la hauteur totale d'un silo, la formule de la relation de longueur des côtés des triangles rectangles leur étant donnée en guise d'indice.

Attente du programme-cadre : E1, Relations géométriques et relations liées aux mesures. Pour répondre correctement, les élèves doivent avoir une « compréhension du développement et de l'utilisation des relations géométriques et des relations liées aux mesures, et appliquer ces relations afin de résoudre des problèmes, incluant des problèmes liés à des situations de la vie quotidienne » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 188).

Incompréhension mathématique : Le bon choix de réponse pour cette question, l'option B, implique l'utilisation de la formule de la relation de longueur des côtés des triangles rectangles afin de déterminer la hauteur totale. Cependant, un grand nombre d'élèves de niveau 2 ont choisi l'option C, signifiant qu'elles et ils ont ajouté 20 m à 12 m. Cela révèle que les élèves s'appuient sur un raisonnement additif au lieu de reconnaître que la formule fournie pourrait être utilisée pour trouver la valeur manquante, puis pour déterminer la hauteur totale du silo. Ces résultats soulignent l'importance pour les élèves de développer une compréhension conceptuelle de la relation représentée par les formules géométriques, et l'utilisation de la relation de longueur des côtés des triangles rectangles.

Comparaison de diverses représentations de relations

La comparaison de diverses représentations telles que des graphiques, des tables de valeurs et des équations relatives à des relations linéaires et non linéaires a également été considérée comme un domaine où les élèves de niveau 2 devaient s'améliorer. Par exemple, face à des questions les invitant à choisir le graphique représentant une équation donnée d'une droite, les élèves ayant atteint le niveau 2 ont souvent choisi des options révélant qu'elles et ils éprouvaient des difficultés à établir des liens exacts entre les différentes représentations. Cette possibilité d'amélioration s'est aussi manifestée dans les comparaisons d'équations. Lorsqu'on demande aux élèves de déterminer, à partir d'un ensemble donné d'équations, celle qui n'est pas l'équation d'une droite, les élèves rencontrant des difficultés ont tendance à choisir des options qui témoignent de leur manque de familiarité avec les équations dont la forme ne correspond pas à $y = ax + b$.

Implications et recommandations liées au raisonnement algébrique

En explorant les propriétés des nombres, puis en acquérant une compréhension des suites, les élèves établissent les règles de généralisation de l'algèbre (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013). Outre la généralisation, le raisonnement algébrique suppose également une compréhension des inconnues exprimées sous forme de variables, ainsi qu'une compréhension conceptuelle des formules et des équivalences (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013). Les exemples étudiés ci-dessus illustrent les difficultés rencontrées par les élèves dans ces domaines et soulignent l'importance d'acquérir un raisonnement algébrique au fur et à mesure de la progression des élèves dans l'apprentissage des concepts mathématiques. En l'absence d'habiletés cohérentes en raisonnement algébrique, la résolution de nombreux problèmes d'algèbre (y compris la simplification) devient plus difficile. Ces habiletés sont nécessaires à la simplification d'une expression ou d'une équation, à l'établissement de comparaisons entre des équations et à la résolution d'une équation en fonction d'une valeur inconnue ou manquante.

Recommandations

- Approfondir la compréhension conceptuelle des élèves en algèbre en les amenant à s'intéresser aux idées mathématiques et aux relations entre ces idées. Il peut s'agir de tâches consistant à proposer et vérifier des conjectures, à justifier, et à prédire (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013).
- Utiliser du matériel de manipulation physique permettant aux élèves de se forger une représentation concrète des idées algébriques (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013). Par exemple, les enseignantes et enseignants peuvent envisager d'utiliser des tuiles d'algèbre pour représenter les variables et les constantes, offrant ainsi aux élèves la possibilité de modéliser et de résoudre des équations de manière visuelle. Le matériel de manipulation permet d'abord aux élèves d'appliquer concrètement les opérations en simplifiant les expressions et en regroupant les termes semblables. Les élèves peuvent ensuite transposer leurs habiletés concrètes dans des représentations imagées et, enfin, passer à des représentations plus abstraites en utilisant des symboles algébriques (Fyfe et collab., 2014). Cette progression en trois étapes permet aux élèves de se constituer un répertoire d'images mémorables auxquelles se reporter lorsque des concepts abstraits deviennent plus difficiles à comprendre (Fyfe et collab., 2014).
- Envisager des occasions pour les élèves de discuter et d'analyser des problèmes algébriques déjà résolus afin de les amener à comparer les différentes stratégies de résolution et le raisonnement mathématique impliqué (Star et collab., 2015).

Thème 3. Pensée computationnelle

Le thème qui suit traite de la pensée computationnelle, qui peut être définie comme « le processus de pensée lié à l'expression de problèmes de manière à ce que leurs solutions puissent être obtenues à l'aide d'étapes de calcul et d'algorithmes » (adapté du document anglais, Ontario Ministry of Education, 2020, p. 513)².

Une analyse des options choisies par les élèves de niveau 2 a clairement montré que celles et ceux-ci avaient de la difficulté à répondre aux questions à plusieurs étapes en général, et en particulier aux questions comportant des opérations avec des puissances et les lois des exposants. Les exemples qui suivent explorent ces constats plus en détail.

Opérations avec des puissances

Les élèves de niveau 2 ont éprouvé quelques difficultés à répondre aux questions portant sur des opérations avec des puissances, en particulier celles concernant les nombres rationnels. Environ 20 % des élèves ayant atteint le niveau 2 ont répondu correctement à ce type de question, contre environ 65 % des élèves de niveau 3. L'exemple 5 illustre les options choisies par les élèves ayant rencontré des difficultés dans ce domaine.

Exemple 5

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, question 6)

Sélectionne l'expression qui a la valeur la moins élevée.

A $\frac{1}{4} \left(\frac{(4^3)^2}{4^4} \right)$

B $\frac{1}{2} \left(\frac{4^3}{4^4} \right)^2$

C $\frac{1}{2} \left(\frac{(4^3)^2}{4^4} \right)$

D $\frac{1}{4} \left(\frac{4^3}{4^4} \right)^2$

Objectif : Les élèves devaient choisir l'expression dont la valeur est la plus petite.

Attente du programme-cadre : B2, Puissances. Pour répondre correctement, les élèves doivent être capables de « représenter des nombres de diverses façons, évaluer des puissances et simplifier des expressions numériques en utilisant les relations entre les puissances et leurs exposants » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 96).

Incompréhension mathématique : Le bon choix de réponse pour cette question, l'option D, suppose que les élèves aient évalué chaque expression et assimilé les opérations impliquant à la fois des exposants et des fractions. Les élèves ayant éprouvé des difficultés avec cette question étaient plus susceptibles de choisir l'option A, suggérant avoir déterminé qu'un quart est inférieur à une moitié et donc éliminé les options B et C, mais avoir mal compris comment les parenthèses et les exposants interagissent avec la fraction. Cet exemple illustre non seulement les conceptions erronées des élèves au sujet des puissances, mais aussi la façon dont chacun des thèmes mathématiques abordés dans cette étude sont étroitement liés les uns aux autres au sein du programme-cadre de mathématiques de 9^e année, puisque la question exige une compréhension à la fois des lois relatives aux puissances, de l'ordre des opérations et des opérations comportant des nombres fractionnaires (raisonnement proportionnel).

Simplification ou résolution d'expressions contenant des puissances à base négative

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont par ailleurs éprouvé des difficultés à simplifier les expressions comportant des puissances à base négative, en particulier dans le contexte de la détermination du signe (positif ou négatif) de la réponse finale. Face à des questions exigeant l'évaluation d'une puissance à base négative telle que -3 à l'exposant 3, les élèves de niveau 2 ayant rencontré des difficultés dans ce domaine ont incorrectement évalué la valeur de la puissance à 27 au lieu de -27 , signe que l'évaluation des puissances à base négative est un domaine devant être approfondi sur le plan conceptuel.

Calculs en plusieurs étapes

L'analyse des options choisies a révélé que les élèves de niveau 2 avaient de la difficulté à répondre aux questions qui exigeaient non seulement une compréhension des concepts mathématiques, mais aussi la planification d'étapes séquentielles dans le cas de questions nécessitant plusieurs calculs pour obtenir la bonne réponse. Ces types de questions sont généralement rattachés à la compétence Habiletés de la pensée, selon la grille d'évaluation du rendement en mathématiques du Curriculum de l'Ontario, Mathématiques, 9^e année, cours décloisonné (MTH1W) (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022). L'exemple 6 illustre ces concepts ci-dessous.

Exemple 6

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, exemple lié aux Habiletés de la pensée)

Cette table de valeurs présente de l'information sur la relation linéaire entre le coût d'une activité et le nombre de personnes qui y participent.

Nombre de personnes	Coût de l'activité (\$)
10	250
20	450
40	850

Si le coût de l'activité est de 750 \$, combien de personnes y participent?

- A 25 personnes
- B 30 personnes
- C 35 personnes
- D 37 personnes

Objectif : Une table de valeurs indiquant le nombre de personnes participant à une activité et le coût associé à cette activité a été présentée aux élèves. Celles et ceux-ci devaient ensuite déterminer le nombre de personnes participant à une activité en fonction d'un coût qui n'était pas directement mentionné dans cette table.

Attente du programme-cadre : C4, Caractéristiques de relations. Pour répondre correctement, les élèves doivent avoir une « compréhension des caractéristiques de diverses représentations des relations linéaires et non linéaires à l'aide d'outils, incluant le codage, le cas échéant » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 152).

Incompréhension mathématique : Face à des questions de cette nature, les élèves ayant répondu de manière incorrecte ont souvent sélectionné des options montrant qu'elles et ils n'avaient effectué qu'une ou plusieurs des étapes requises pour résoudre correctement la question, ou bien sélectionné une option révélant que la séquence des calculs nécessaires n'était pas la bonne. Dans cet exemple, l'option correcte est C, où les élèves ont calculé la pente ou le taux de variation en calculant $(450 - 250) / (20 - 10) = 20$ ou en déterminant qu'il en coûte 200 \$ pour 10 personnes, puis en établissant la valeur initiale (ordonnée à l'origine) en calculant $250 - 200 = 50$. Enfin, l'élève aurait pu utiliser l'équation $y = ax + b$, et substituer les valeurs déterminées ou connues pour résoudre x ($750 = 20x + 50$), afin d'obtenir 35. Il y a plus d'une façon de résoudre cette question; cependant, les erreurs d'interprétation les plus courantes concernent les élèves qui choisissent l'option D, estimant que la solution serait légèrement inférieure à 40 personnes, ou divisant 750 par 20 puisque le nombre de personnes augmente de 20 ($750 / 20 = 37,5$).

Implications et recommandations liées à la pensée computationnelle

Les élèves acquièrent des habiletés de pensée computationnelle en analysant des problèmes, en identifiant des suites, en concevant des algorithmes et en testant des solutions (Aho, 2012; Grover et Pea, 2013; Weintrop et collab., 2016; Wing, 2006). Ces habiletés se traduisent par de nombreuses implications pédagogiques puisqu'elles sont essentielles à la réussite dans les domaines des sciences, de la technologie, de l'ingénierie et des mathématiques (STIM) et dans les domaines connexes (Aho, 2012; Grover et Pea, 2013; Weintrop et collab., 2016; Wing, 2006). L'une de ces habiletés de pensée computationnelle est la résolution de problèmes, grâce à laquelle les élèves peuvent décomposer des problèmes mathématiques plus complexes en segments plus petits et plus faciles à gérer (décomposition) (Wu et collab., 2024). Il ressort des exemples étudiés ci-dessus que ces habiletés de décomposition représentent un domaine où il y a place à l'amélioration pour les élèves ayant atteint le niveau 2.

Recommandations

- Faire en sorte que le processus de résolution de problèmes soit explicite en discutant du processus de réflexion avec les élèves (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020b). Inciter les élèves à partager leur processus de réflexion en explorant la structure d'un problème en plusieurs étapes afin de déterminer quels renseignements ont été fournis et quels renseignements sont nécessaires, et de comparer différentes stratégies de solution (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020b).
- Revoir régulièrement les concepts difficiles tels que l'ordre des opérations et les opérations inverses, et proposer une pratique de ces concepts. Cette pratique devrait non seulement revisiter les connaissances antérieures des élèves, mais aussi leur permettre d'établir des liens entre les habiletés, les concepts et les processus (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020b).
- Encourager les élèves à réfléchir à leurs erreurs et à réviser leurs solutions mathématiques (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022). Par exemple, amener celles et ceux-ci à réfléchir à la façon dont les opérations inverses et la substitution d'une solution dans une équation peuvent être utilisées comme stratégies visant à démontrer un raisonnement.

Thème 4. Langage mathématique

Le dernier thème exploré dans le présent rapport est celui du langage mathématique, lequel peut être défini comme « les conventions, le vocabulaire et la terminologie mathématiques » (adapté du document anglais, Ontario Ministry of Education, 2020, p. 548)³. En examinant les options choisies par les élèves ayant atteint le niveau 2, des points forts ont été identifiés dans le domaine du langage mathématique. Il s'agit notamment de la compréhension des concepts d'épargne, d'appréciation et de dépréciation dans le cadre de situations financières. Par exemple, face à une représentation graphique d'une valeur monétaire diminuant au fil du temps, les élèves ont correctement identifié la situation comme étant une dépréciation. La notion de budget équilibré a également été comprise par les élèves. Ainsi, dans le cas où différents budgets comportant des dépenses et des revenus étaient présentés de diverses manières pour illustrer l'évolution de la situation financière, les élèves ont été en mesure de choisir un budget équilibré.

L'analyse a par ailleurs montré que les élèves de niveau 2 éprouvaient des difficultés vis-à-vis des questions qui exigeaient une connaissance et une compréhension du contenu mathématique et du langage mathématique associé à certaines questions. Ces difficultés se sont manifestées dans tous les domaines et ont été observées pour certains concepts et certaines terminologies liés au résumé en cinq nombres des diagrammes de quartiles, aux symboles et à la terminologie utilisés dans les relations graphiques, à la littératie financière, aux ensembles de nombres rationnels et irrationnels et à la terminologie du codage. Chacun de ces éléments est abordé plus en détail ci-après.

Résumé en cinq nombres des diagrammes de quartiles

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont éprouvé des difficultés avec les questions portant sur le résumé en cinq nombres (valeur minimale, premier quartile, médiane, troisième quartile et valeur maximale) des diagrammes de quartiles, comme indiqué dans le domaine Données du programme-cadre de mathématiques de 9^e année. Quand on leur a demandé de choisir un diagramme de quartiles qui affichait correctement la médiane ou les quartiles à partir d'une liste de nombres, les élèves ayant éprouvé des difficultés en la matière ont choisi des options qui témoignaient d'une certaine incompréhension des notions de la médiane et de la moyenne, ainsi que de l'identification des quartiles.

Symboles et terminologie utilisés dans la représentation graphique des relations

Les élèves ayant atteint le niveau 2 ont également eu de la difficulté à répondre aux questions qui exigeaient une compréhension conceptuelle de la terminologie, des symboles et de la notation utilisés pour représenter graphiquement les relations. L'utilisation d'inégalités, en particulier $<$, $>$, $\leq$ et $\geq$, en est un exemple.

Littératie financière

L'utilisation de certains termes liés à la littératie financière, tels que ceux employés pour décrire les taux d'intérêt, s'est aussi révélée être un point à améliorer pour les élèves de niveau 2. Ainsi, la comparaison des effets des différents types d'intérêts (simples et composés) et des périodes de capitalisation (annuelle, semestrielle, etc.) est un domaine où des progrès sont possibles.

Ensembles de nombres rationnels et irrationnels

Les élèves ont également éprouvé des difficultés avec le concept d'ensembles de nombres et la façon dont certains sont imbriqués les uns dans les autres. Comme l'illustre l'exemple 7 ci-dessous, les élèves ayant atteint le niveau 2 ont eu de la difficulté à identifier les nombres rationnels et irrationnels. Environ 50 % des élèves de niveau 2 ont répondu correctement à ce type de question, contre environ 75 % des élèves de niveau 3.

Exemple 7

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, question 2)

Quel énoncé décrit correctement un nombre rationnel?

- A Un nombre rationnel est toujours positif.
- B Un nombre rationnel peut s'exprimer sous forme de fraction.
- C La racine carrée de tous les nombres est un nombre rationnel.
- D Un nombre rationnel sous sa forme décimale est un nombre décimal infini et non périodique.

Objectif : Les élèves devaient choisir l’affirmation correcte concernant les nombres rationnels et se voyaient proposer des options qui nécessitaient une compréhension conceptuelle des nombres rationnels.

Attente du programme-cadre : B1, Développement des nombres et ensembles de nombres. Pour répondre correctement, les élèves doivent avoir une « compréhension du développement des nombres et de leurs utilisations, ainsi que des liens entre des ensembles de nombres » (ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2022, p. 86).

Incompréhension mathématique : Les élèves ayant répondu incorrectement aux questions de cette nature ont souvent choisi des options dénotant une mauvaise compréhension des différences entre les nombres rationnels et les nombres irrationnels. En analysant les options sélectionnées, on constate que les élèves de niveau 2 ont souvent choisi l’option C, au lieu de la bonne réponse, B. Ces élèves qui ont eu de la difficulté à répondre à ce type de question ne comprennent peut-être pas bien comment sont définis les différents sous-ensembles d’un système de nombres. Cette compréhension joue un rôle important lorsque les élèves tentent de déterminer pourquoi certains ensembles de nombres présentent des similitudes alors que d’autres n’en présentent pas.

Terminologie du codage

Le dernier exemple étudié illustre la mauvaise compréhension par les élèves de la terminologie nécessaire au codage dans le domaine de l’algèbre. Une analyse des options choisies par les élèves a révélé qu’environ 60 % seulement des élèves ayant atteint le niveau 2 ont répondu correctement à ce type de question, contre 85 % des élèves ayant atteint le niveau 3. L’exemple 8 illustre le type de question posée aux élèves ainsi que les options erronées fréquemment sélectionnées.

Exemple 8

(Ressource : Questions diffusées, Test de mathématiques, 9^e année, question 13)

Lors de la création d’un pseudocode, Suchen utilise cette expression.

$$\text{distance} > (8 * \text{minutes} + 15)$$

De quoi **distance** est-elle un exemple dans ce pseudocode?

A une variable

B une équation

C une constante

D une inéquation

Objectif : Les élèves devaient définir la notion de « distance » dans le contexte du pseudocode.

Attente du programme-cadre : C2, Codage. Pour répondre correctement, les élèves doivent appliquer leurs « habiletés en codage pour représenter dynamiquement des concepts mathématiques et des relations, et résoudre des problèmes, en algèbre et dans les autres domaines d'étude » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 132).

Incompréhension mathématique : Les élèves ayant répondu incorrectement à des questions comme celle de cet exemple ont souvent choisi des options dénotant une compréhension incomplète du concept algébrique d'une variable. La bonne réponse est A (la distance est une variable); cependant, notre analyse a permis de constater que les élèves choisissaient souvent l'option C (la distance est une constante). L'OQRE a recours à du pseudocode dans les questions, conformément aux exemples de codage figurant dans les appuis pédagogiques destinés au personnel enseignant, comme indiqué dans le programme-cadre de mathématiques de 9^e année. Ces questions comprennent celles qui correspondent à l'attente C2 et font appel au codage pour démontrer une compréhension des concepts algébriques, y compris les variables, les paramètres, les équations et les inéquations. Ainsi, une mauvaise compréhension des concepts de « constante » et de « variable » peut entraîner des problèmes importants, non seulement en matière de codage, mais aussi dans l'ensemble du domaine de l'algèbre.

Implications et recommandations liées au langage mathématique

Tel que mentionné ci-dessus, les élèves de niveau 2 ont éprouvé des difficultés en ce qui concerne les ensembles de nombres rationnels et irrationnels, le résumé en cinq nombres des diagrammes de quartiles, le vocabulaire de la littératie financière, la terminologie du codage et les symboles et termes utilisés dans la représentation graphique des relations. Le langage et le vocabulaire mathématiques jouent un rôle important dans la compréhension par les élèves des concepts mathématiques et des liens qui les unissent (Riccomini et collab., 2008). Un lien a été établi entre le vocabulaire mathématique et la performance en mathématiques (Lin et collab., 2021), et le programme-cadre de mathématiques de 9^e année met l'accent sur ce point, car « les enseignantes et enseignants doivent enseigner explicitement le vocabulaire mathématique, en se concentrant sur les nombreuses significations et applications des termes que les élèves peuvent rencontrer » (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2022, p. 56).

Recommandations

- Inciter les élèves à utiliser le langage mathématique en salle de classe et leur fournir une rétroaction sur l'utilisation de ce langage à l'écrit et à l'oral. Les élèves peuvent ainsi avoir l'occasion d'établir des liens avec les termes mathématiques par le biais du discours en salle de classe.
- Utiliser les murs de mots, lesquels peuvent s'avérer efficaces pour soutenir les élèves lors de l'introduction de nouveaux concepts et mots mathématiques (Hattie et collab., 2017). Envisager, par exemple, d'utiliser une variété de représentations s'appliquant aux ensembles de nombres et à leurs sous-ensembles, afin de permettre aux élèves de discuter, de poser des questions et d'explorer le sujet.
- Aborder le nouveau vocabulaire par le biais de l'enseignement direct de manière à activer les connaissances antérieures des élèves (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020b). Par exemple, les connaissances antérieures des élèves en matière de budget dans le cadre du domaine de la littératie financière pourraient être utilisées pour faire le lien avec les nouveaux apprentissages concernant les différents taux d'intérêt.

Conclusion

Par le biais de l'analyse des réponses aux questions du Test de mathématiques, 9^e année, 2022-2023, des modèles de compréhension et de conceptions erronées en mathématiques des élèves ont été découverts et catégorisés en quatre thèmes : Raisonnement proportionnel, Raisonnement algébrique, Pensée computationnelle et Langage mathématique. Le regroupement de la compréhension des mathématiques dans ces quatre sphères a permis d'identifier les points forts des élèves et les aspects à améliorer dans les différents domaines du programme-cadre de mathématiques. Les thèmes identifiés dans cette étude mettent en évidence les occasions de progresser dans la compréhension des mathématiques et nous aident à classer les recommandations susceptibles d'être appliquées systématiquement, étant donné que les habiletés et les concepts abordés sont très proches les uns des autres. À titre d'exemple, l'amélioration de la capacité des élèves à résoudre des problèmes à plusieurs étapes ne devrait pas être abordée sans tenir compte également des difficultés liées au raisonnement proportionnel et algébrique. De même, l'enrichissement du vocabulaire mathématique s'avère une activité importante qu'il est possible de renforcer dans tous les domaines.

D'autres facteurs importants, tels que la connaissance des apprenantes et apprenants et celle du programme-cadre, la mise en place d'un environnement d'apprentissage positif et sûr, l'utilisation de diverses méthodes de test et la promotion de la persévérance dans l'apprentissage des mathématiques, sont aussi des aspects essentiels d'un enseignement efficace des mathématiques (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020b). Ces éléments devraient figurer dans une approche systématique visant à améliorer les compétences en mathématiques. Le présent rapport vient soutenir le personnel enseignant dans la connaissance de ses apprenantes et apprenants en fournissant une analyse détaillée des forces en mathématiques et des occasions d'amélioration pour les élèves ayant atteint le niveau 2. En outre, le personnel enseignant peut personnaliser cette analyse en se servant des questions diffusées par l'OQRE en salle de classe pour évaluer le niveau de compréhension actuel des élèves. En examinant les réponses des élèves aux questions diffusées, on peut découvrir d'éventuelles conceptions erronées à l'échelle de l'élève et élaborer des approches pédagogiques qui répondent à ses besoins spécifiques.

Notes

- ¹ Dans le cadre de ce test, on n'évalue pas le contenu du programme lié aux domaines Pensée mathématique et établissement de liens ou Apprentissage socioémotionnel (ASÉ) en mathématiques.
- ² En anglais, la définition originale de la pensée computationnelle est la suivante : « The thought process involved in expressing problems in such a way that their solutions can be reached using computational steps and algorithms » (Ontario Ministry of Education, 2020, p. 513).
- ³ En anglais, la définition originale du langage mathématique est la suivante : « The conventions, vocabulary, and terminology of mathematics » (Ontario Ministry of Education, 2020, p. 548).

Références

AHO, A. V. (2012). « Computation and computational thinking », *The Computer Journal*, vol. 55, n° 7, p. 832-835.
<https://doi.org/10.1093/comjnl/bxs074>

FYFE, E. R., McNEIL, N. M., SON, J. Y., et GOLDSTONE, R. L. (2014). « Concreteness fading in mathematics and science instruction: A systematic review », *Educational Psychology Review*, vol. 26, p. 9-25. <https://doi.org/10.1007/s10648-014-9249-3>

GROVER, S., et PEA, R. (2013). « Computational thinking in K-12: A review of the state of the field », *Educational Researcher*, vol. 42, n° 1, p. 38-43. <https://doi.org/10.3102/0013189X12463051>

HATTIE, J., FISHER, D., FREY, N., GOJAK, L. M., MOORE, S. D., et MELLMAN, W. (2017). « Visible learning for mathematics, grades K-12: What works best to optimize student learning », *Corwin Press*.

LAMON, S. J. (2012). « Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers », *Routledge*, 3^e édition.

LIN, X., PENG, P., et ZENG, J. (2021). « Understanding the relation between mathematics vocabulary and mathematics performance: A meta-analysis », *Elementary School Journal*, vol. 121, n° 3, p. 504-540. <https://doi.org/10.1086/712504>

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2012). « Mettre l'accent sur le raisonnement proportionnel : Document d'appui sur l'importance de l'enseignement des mathématiques ».

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2013). « Mettre l'accent sur le raisonnement algébrique : Document d'appui sur l'importance de l'enseignement des mathématiques ».

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2020a). « Le curriculum de l'Ontario de la 1^{re} à la 8^e année : Mathématiques, 2020 ». <https://assets-us-01.kc-usercontent.com/fbd574c4-da36-0066-a0c5-849ffb2de96e/91b02bd9-97a0-4bad-97cf-a1968a23e293/Le-curriculum-de-l%27Ontario-de-la-1re-8e-Mathematiques.pdf>

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2020b). « Pratiques pédagogiques à fort impact en mathématiques ». <https://assets-us-01.kc-usercontent.com/fbd574c4-da36-0066-a0c5-849ffb2de96e/7ce72253-0f76-4bb0-9192-3e911a28b540/pratiques-pedagogiques-fort-impact-mathematiques.pdf>

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2022). « Le curriculum de l'Ontario : Mathématiques, 9^e année, cours décroisé (MTH1W), 2021 ». https://assets-us-01.kc-usercontent.com/fbd574c4-da36-0066-a0c5-849ffb2de96e/8403665e-cc32-4ac0-a75e-95af30318bdb/Le_curriculum_de_l%27Ontario - Mathématiques 9e année cours décroisé 2021_v2.pdf

Office de la qualité et de la responsabilité en éducation (2020). « Tirer profit des tests adaptatifs par ordinateur en plusieurs étapes pour les évaluations à grande échelle ». <https://www.eqao.com/wp-content/uploads/2021/01/analyse-documentaire-TAO-1.pdf>

Office de la qualité et de la responsabilité en éducation (2023a). « Le document-cadre du Test de mathématiques, 9^e année ». <https://www.egao.com/wp-content/uploads/2025/01/document-cadre-test-de-mathematiques-9e-annee.pdf>

Office de la qualité et de la responsabilité en éducation (2023b). « Rendement des élèves dans les compétences mathématiques : Résultats des tests de 3^e année, 6^e année et 9^e année en 2021-2022 ». <https://www.eqao.com/wp-content/uploads/2024/02/oqre-2023-rapport-recherche-competences-mathematiques.pdf>

Office de la qualité et de la responsabilité en éducation (2023c). « Ressource : Questions diffusées – Test de mathématiques, 9^e année ». <https://www.eqao.com/wp-content/uploads/2023/11/mathematiques-ressource-questions-diffusees-9e-2023.pdf>

Ontario Ministry of Education. (2020). « The Ontario curriculum, grades 1-8 : Mathematics, 2020 ». <https://assets-us-01.kc-usercontent.com/fbd574c4-da36-0066-a0c5-849ffb2de96e/90439c6e-f40c-4b58-840c-557ed88a9345/The%20Ontario%20Curriculum%20Grades%201%E2%80%938%20-%20Mathematics%2C%202020%2028%20January%202021%29.pdf>

RICCOMINI, P. J., SANDERS, S., et JONES, J. (2008). « The key to enhancing students' mathematical vocabulary knowledge », *Journal on School Educational Technology*, vol. 4, n° 1, p. 1-7. <https://www.learntechlib.org/p/175569/>

STAR, J. R., CARONONGAN, P., FOEGEN, A., FURGESON, J., KEATING, B., LARSON, M. R., LYSKAWA, J., McCALLUM, W. G., PORATH, J., et ZBIEK, R. M. (2015). « Teaching strategies for improving algebra knowledge in middle and high school students (NCEE 2014-4333) », *Institute of Education Sciences*. https://ies.ed.gov/ncee/WWC/Docs/PracticeGuide/WWC_Algebra_PG_Revised_02022018.pdf

VAN DOOREN, W., DE BOCK, D., et VERSCHAFFEL, L. (2010). « From addition to multiplication... and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills », *Cognition and Instruction*, vol. 28, n° 3, p. 360-381.
<https://doi.org/10.1080/07370008.2010.488306>

WEINTROP, D., BEHESHTI, E., HORN, M., ORTON, K., JONA, K., TROUILLE, L., et WILENSKY, U. (2016). « Defining computational thinking for mathematics and science classrooms », *Journal of Science Education and Technology*, vol. 25, p. 127-147.
<https://link.springer.com/article/10.1007/s10956-015-9581-5>

WING, J. M. (2006). « Computational thinking », *Communications of the ACM*, vol. 49, n° 3, p. 33-35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>

WU, T. T., ASMARA, A., HUANG, Y. M., et HAPSARI, I. P. (2024). « Identification of problem-solving techniques in computational thinking studies: Systematic literature review ». *SAGE Open*, vol. 14, n° 2. <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/21582440241249897>